

突发错误信道下的多元 LDPC 码设计与性能分析

张博^{1,2}, 林伟¹, 刘春元², 白宝明^{1,3}

(1. 西安电子科技大学 综合业务网国家重点实验室, 陕西 西安 710071; 2. 96401 部队, 陕西 宝鸡 721000;
3. 中电科技集团公司第 54 研究所 通信网信息传输与分发技术重点实验室, 河北 石家庄 050002)

摘要: 分析比较了结构化非规则多元重复累加码、Turbo 码和二元 LDPC 码在单突发删除信道和高斯突发深衰落信道上的纠错性能, 同时提出了 QLDPC 在突发信道下的两条设计准则。针对突发信道设计了一类扩展型 S-QIRA 码—S-eQIRA, 并在单突发删除信道和高斯突发深衰落信道上进行仿真, 仿真结果表明该码字具有较强的纠突发错误能力。

关键词: 多元 LDPC; 突发信道; S-QIRA 码; S-eQIRA 码

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2013)07-0098-07

On the design and performance of nonbinary LDPC codes on burst error channels

ZHANG Bo^{1,2}, LIN Wei¹, LIU Chun-yuan², BAI Bao-ming^{1,3}

(1. State Key Lab of ISN, Xidian University, Xi'an 710071, China; 2. 96401 Troop, Baoji 721000, China;
3. Science and Technology on Information Transmission and Dissemination in Communication Networks Laboratory, CETC 54th Research Institute, Shijiazhuang 050002, China)

Abstract: Taking structured Q -ary irregular repeat-accumulate (S-QIRA) codes as an example, the burst-error-correcting capability of QLDPC codes was analyzed preliminarily by comparison with the burst-error-correcting capability of binary LDPC codes (BLDPC) and turbo codes on the single burst error (SBE) channels and burst-deep-fading additive white Gaussian noise (BF-AWGN) channels respectively. Two criteria of designing QLDPC codes were presented for burst error channels. Moreover, a class of structured extended Q -ary irregular repeat-accumulate (S-eQIRA) codes was proposed, which performs rather well on burst error channels. Numerical results indicate that, the proposed S-eQIRA codes have higher burst-error-correcting capability on both SBE and BF-AWGN channels.

Key words: Q -ary LDPC codes; burst channels; S-QIRA codes; S-eQIRA codes

1 引言

在现代通信系统中, 很多通信信道会对所传输的信号造成长度较长的连续错误, 将其称之为突发错误, 同时称这类信道为突发信道。实际通信系统中, 磁记录信道、相关衰落的无线信道和深空通信信道等均属于突发信道。为了抵抗长度较长的突发错误, 传统通信方案往往需要大量借助自动重传请

求(automatic repeat-request)协议以改善系统的差错控制性能。

近几年, 许多工作致力于优化编译码的设计方案, 从而提高系统抗突发错误的能力。2006 年, Lin S 等人利用掩模(mask)技术构造了一类基于二进制随机突发删除信道的准循环 LDPC 码(QC-LDPC, quasi-cyclic LDPC), 并提出了一种恢复突发删除错误的迭代方法^[1]。2009 年, Paolini E 等人针

收稿日期: 2013-01-17; 修回日期: 2013-05-14

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(“973”计划)基金资助项目(2012CB316100); 国家自然科学基金资助项目(61201140, 60972046); 通信网信息传输与分发技术重点实验室开放课题基金资助项目(ITD-U12006)

Foundation Items: The National Basic Research Program of China (973 Program)(2012CB316100); The National Natural Science Foundation of China (61201140, 60972046); The Foundation of Science and Technology on Information Transmission and Dissemination in Communication Networks Laboratory (ITD-U12006)

对二元 LDPC(BLDPC, binary LDPC)码研究了其抗突发删除错误能力，并对码的结构进行了优化^[2]。2010 年，Xie N D 等人研究了基于 BLDPC 码的级联编码系统在磁记录信道下的差错控制性能^[3]。2008 年，Chang W 等研究了 Q 元 LDPC($Q>2$ ，简称 QLDPC)码在磁记录信道下的差错控制性能^[4]，并对其译码复杂度进行了分析。2010 年，Lin S 等人基于循环码的循环奇偶校验矩阵，提出了一种纠突发错误译码算法，该算法在速率大于 2/3 时优于错误捕获算法^[5]。在现有对 LDPC 码在突发信道下的应用研究中，学者们采用了各种各样的突发信道模型，其中包括：垂直磁记录信道(PMRC, perpendicular magnetic recording channel)、Gilbert-Elliot 信道和经典单突发删除(SBE, single burst erasure)信道^[6]等信道模型。

本文针对文献[5]提出的具有低编码复杂度和结构化的多元非规则重复累计(QIRA, Q -ary irregular repeat-accumulate)码——S-QIRA 码，在 SBE 突发信道和突发衰落加性高斯白噪声(BF-AWGN, burst-fading additive white Gaussian noise)信道下的性能进行了分析。同时针对突发删除信道，提出了两条 QLDPC 码设计准则，并构造了一类 S-QIRA 的扩展码——S-eQIRA 码，最后，仿真实验结果表明 S-eQIRA 码能够有效地增强抗突发错误能力。

2 S-QIRA 码

文献[5]提出了一种具有结构化的多元非规则重复累计(QIRA, Q -ary irregular repeat-accumulate)码——S-QIRA 码。该码的特点为：通过提高编码器硬件实现的并行度，提高编码器的编码速度；有效减少了译码器存储校验矩阵所需的记忆单元；其校验矩阵具有“类”准循环结构，从而便于译码器的硬件设计和实现。本节主要通过分析其校验矩阵和因子图来了解 S-QIRA 码。假定 S-QIRA 码的码长为 N 、信息符号长度为 K 、校验符号长度为 M 。

定义 1 一个大小为 $s \times s$ 的循环置换矩阵(CPM, circulant permutation matrix) P_s^b 由 $s \times s$ 的单位阵 I_s 各行向右循环移位 b bit 得到。

可见， P_s^b 由大小 s 和循环移位系数 b 所决定。例如， P_s^1 可以表示为

$$P_s^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L & 0 \\ M & M & M & O & M \\ 0 & 0 & 0 & L & 1 \\ 1 & 0 & 0 & L & 0 \end{bmatrix}_{s \times s} \quad (1)$$

与传统的 IRA 码相类似^[7]，S-QIRA 码的校验矩阵也可以分为 2 部分： $H = [H_u, H_p]$ ，具体为

$$H = \begin{bmatrix} d_{0,0}P_s^{b_{0,0}} & d_{0,1}P_s^{b_{0,1}} & L & d_{0,k-1}P_s^{b_{0,k-1}} \\ d_{1,0}P_s^{b_{1,0}} & d_{1,1}P_s^{b_{1,1}} & L & d_{1,k-1}P_s^{b_{1,k-1}} \\ M & M & O & M \\ d_{m-1,0}P_s^{b_{m-1,0}} & d_{m-1,1}P_s^{b_{m-1,1}} & L & d_{m-1,k-1}P_s^{b_{m-1,k-1}} \end{bmatrix} H_p \quad (2)$$

其中， $M = ms$ ， $K = ks$ ， $N = ns$ ， $d_{i,j} \in \text{GF}(q) \setminus \{0\}$ ， $d_{i,j}P_s^{b_{i,j}}$ 则由将 $P_s^{b_{i,j}}$ 中的“1”替换为 $d_{i,j}$ 得到。定义 $P_s^{-1} = \mathbf{0}_s$ ，其中 $\mathbf{0}_s$ 表示大小为 $s \times s$ 的全零矩阵。 $b_{i,j}$ 为第 i 行第 j 列的循环移位系数，当 $b_{i,j} = -1$ 时， $d_{i,j}$ 全无定义。由式(2)可知， H_u 是一个大小为 $M \times K$ 的矩阵，它由 GF(q)上的 CPM 和全零矩阵组成，并且对应于 H 中的系统部分。由于 H 为稀疏矩阵，因此 H_u 中的大部分矩阵为 $\mathbf{0}_s$ 。 H_p 是大小为 $M \times M$ 的方阵，它对应于 H 中的校验部分，且具有如下所示的双对角结构。

$$H_p = \begin{bmatrix} I_s & \mathbf{0}_s & L & L & g_{m-1}\overline{P}_s^{s-1} \\ g_0 I_s & I_s & \mathbf{0}_s & L & \mathbf{0}_s \\ \mathbf{0}_s & g_1 I_s & O & O & M \\ M & M & O & I_s & \mathbf{0}_s \\ \mathbf{0}_s & \mathbf{0}_s & L & g_{m-2} I_s & I_s \end{bmatrix}_{M \times M} \quad (3)$$

其中， $g_i \in \text{GF}(q) \setminus \{0\}$ ， \overline{P}_s^{s-1} 则由 P_s^{s-1} 中去除掉右上角的“1”得到。即

$$\overline{P}_s^{s-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & L & 0 & 0 \\ 1 & 0 & L & 0 & 0 \\ M & 1 & O & M & M \\ 0 & M & O & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L & 1 & 0 \end{bmatrix}_{s \times s} \quad (4)$$

由于子矩阵 $g_{m-1}\overline{P}_s^{s-1}$ 的存在， H 并不具有完全的准循环结构。然而，由于 H 的其余部分都由 GF(q)上的 CPM 和全零矩阵组成，因此文献[8]称其 H 具有一种“类”准循环结构。该结构可简化 S-QIRA 码译码器的硬件实现，并可增强其编码器的并行性。

图 1 为一个典型 S-QIRA 码的 Forney 型因子图, 其中, $u_i (0 \leq i \leq ks-1)$ 表示信息符号变量节点, $p_i (0 \leq i \leq ms-1)$ 则表示校验符号变量节点。需要注意的是, 信息符号变量节点和校验符号变量节点均为变量节点, 而图中符号“+”则表示因子图中的校验节点。图中, $r_j (0 \leq j \leq k-1)$ 表示矩阵阵列 \bar{H}_u 中第 j 列的列重, 而 $a_i (0 \leq i \leq m-1)$ 表示矩阵阵列 \bar{H}_p 中第 i 行的行重。 $b_{i,j}, g_i$ 分别对应于 \bar{H}_u 和 \bar{H}_p 中 GF(q) 的非零元素。由于图 1 中空间有限, 将图中 b 的下标描述如下: $i_0 = (0, 0), i_1 = (0, a_0 - 1), i_2 = (1, 0), i_3 = (0, a_1 - 1), i_4 = i_6 = (m-1, 0), i_5 = i_7 = (m-1, a_{m-1} - 1)$ 。图中校验符号变量节点从右至左分别为

$$((p_0, p_s, \dots, p_{(m-1)s}), (p_1, p_{1+s}, \dots, p_{1+(m-1)s}), \dots, (p_{s-1}, p_{(s-1)+s}, \dots, p_{(s-1)+(m-1)s}))$$

$b_{i,j}$ 则由右至左按如下顺序进行排列。

$$b = \begin{pmatrix} 6444744\text{B} & 644\text{F}744\text{B} & 644447444\text{A}\text{B} \\ b_{0,0}, \dots, b_{0,a_0-1} & b_{1,0}, \dots, b_{1,a_1-1} & b_{m-1,0}, \dots, b_{m-1,a_{m-1}-1} \end{pmatrix} \quad (5)$$

其中, $b_i = (b_{0,0}, \dots, b_{0,a_i-1}), i = 0, \dots, m-1$, 位长度为 a_i 的符号序列。

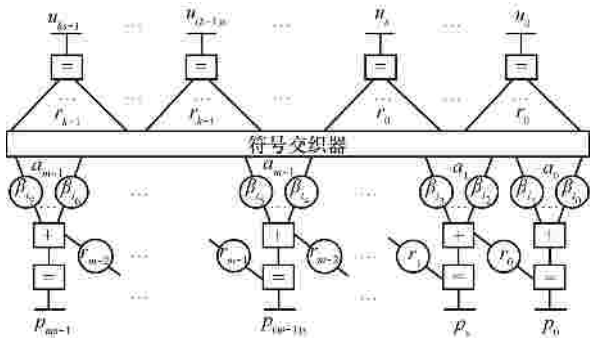


图 1 S-QIRA 码的 Forney 型因子

基于该因子图, S-QIRA 码可采用多元迭代译码算法进行并行迭代译码。其校验矩阵的“类”准循环结构降低了译码器的硬件实现复杂度, 当矩阵中 CPM 的大小 s 很大时, 该优势更为明显。

3 S-QIRA 码在突发信道下的性能分析

本节以 S-QIRA 码为例, 对 QLDPC 码在突发信道下的应用和性能进行初步的研究。为了对 S-QIRA 码的抗突发错误能力有较为直观的认识, 将 S-QIRA 码、BLDPC 码和 Turbo 码在几种突发信道下的性能进行了仿真和比较。在具体仿真中, 通

过对校验矩阵 H 的列重分布、矩阵结构及非零元素的值进行优化, 构造一个码率为 1/2、码长为 168 符号(1 008 bit)、循环移位子矩阵大小为 $s=28$ 的 GF(64)上的 S-QIRA 码。其校验矩阵 H 可表示为

$$H = \begin{bmatrix} a^{15} I_{28} & a^{42} P_{28}^3 & 0_{28} & I_{28} & 0_{28} & a^{23} \bar{P}_{28}^{27} \\ 0_{28} & a^9 I_{28} & a^{18} I_{28} & a^{37} I_{28} & I_{28} & 0_{28} \\ a^{33} P_{28}^{14} & 0_{28} & a^{29} P_{28}^{23} & 0_{28} & a^{52} I_{28} & I_{28} \end{bmatrix}_{84 \times 168} \quad (6)$$

BLDPC 码和 Turbo 码的码率为 1/2, 码长为 1 008 bit。其中, S-QIRA 和 BLDPC 分别采用 FFT-QSPA 和 BP 算法进行译码, 且最大迭代次数均为 50 次。Turbo 码则采用 BCJR 算法进行译码, 最大迭代次数为 8 次。需要指出的是, 仿真中这 3 个码均未使用信道交织器。

3.1 SBE 信道

在 SBE 信道下, 信道所传输的每个码字中均随机地存在长度为 t bit 的突发删除错误。对于码长为 N bit 的码字, 则长为 t bit 的突发删除错误随机出现在码字中的 $N-t+1$ 个位置, 而突发删除错误外其余 $N-t$ bit 均无错接收。

图 2 为 SBE 信道下 S-QIRA、BLDPC 和 Turbo 码的 BER/BLER 性能随突发删除长度 t 变化的曲线示意图。其中, 对于 S-QIRA, 当 $t = 330$ bit 时系统完全无错, 即 S-QIRA 可完全纠正长度 $t = 330$ bit 的突发删除错误; BLDPC 可完全纠正长度 $t = 86$ bit 的突发删除错误; Turbo 码则可完全纠正长度 $t = 41$ bit 的突发删除错误。因此, S-QIRA 的纠突发删除错误能力约为 BLDPC 的 4 倍, 可见 QLDPC 码的抗突发错误能力显著优于 BLDPC 码。同时, Turbo 码的纠突发删除错误能力在三者中最差, 仅为 BLDPC 的一半左右。

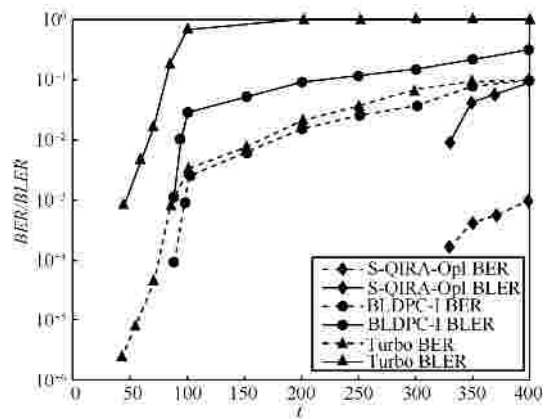


图 2 SBE 信道下 S-QIRA、BLDPC 和 Turbo 码的 BER/BLER 性能随突发删除长度 t 变化示意图

3.2 突发衰落 AWGN 信道

对于 BF-AWGN 信道，假定其输入和输出分别为 x 和 y ，信道噪声为 $n \sim N(0, \sigma_n^2)$ ，则有 $y = hx + n$ 。类似文献[9]，将信道状态划分为正常和突发衰落 2 种情况：在正常情况下，其信道系数为 $h=1$ ；当信道处于突发衰落时，令 $h=0.2$ 。与 SBE 信道类似，BF-AWGN 信道所传输的每个码字中均随机出现长度固定为 $t = 200$ bit 的突发衰落，且调制方式为 BPSK 调制。接下来，在 BF-AWGN 信道下对 S-QIRA、BLDPC 和 Turbo 码这 3 个码的差错控制性能进行仿真和比较。

由图 3 可见，在 BER 性能方面：S-QIRA 在 $BER = 2 \times 10^{-5}$ 时分别优于 BLDPC 和 Turbo 码约 6.4 dB 和 7 dB；在 BLER 性能方面：S-QIRA 在 $BLER = 2 \times 10^{-4}$ 时优于 BLDPC 约 5.7 dB，而 Turbo 码的 BLER 性能则在 $BLER = 3 \times 10^{-3}$ 时甚至落后 BLDPC 约 2 dB。因此，在该 BF-AWGN 信道下，S-QIRA 的 BER 性能和 BLER 性能均远优于 BLDPC 和 Turbo 码，而 BLDPC 则在 BER 性能略优于 Turbo 码的情况下，其 BLER 性能显著优于 Turbo 码。

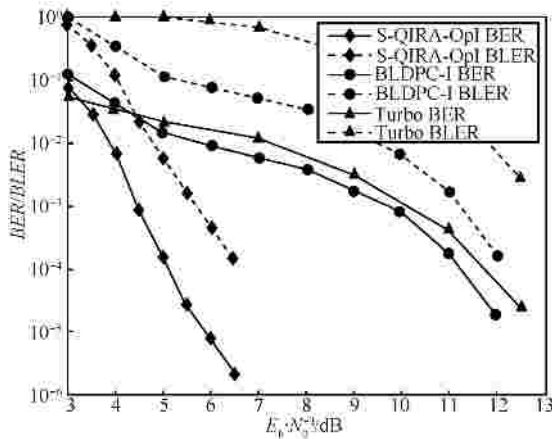


图 3 BF-AWGN 信道下 S-QIRA、BLDPC 和 Turbo 码的 BER/BLER 性能

综上所述，GF(q)上的 QLDPC 码可将长度为 t 的突发比特错误合并为长度为 $\lceil t / \log q \rceil$ 的突发符号错误，其中， $\lceil \cdot \rceil$ 为向上取整运算，因此其抗突发错误能力优于 BLDPC 码和 Turbo 码。同时，由于具有自交织性，BLDPC 码的抗突发错误能力优于 Turbo 码，而这种优势在 BLER 性能方面尤为明显。因此，相对于二进码，QLDPC 码更适宜于实际突发信道环境下的应用。

4 突发信道下 QLDPC 码的设计

4.1 QLDPC 码的设计准则

本节具体研究了突发删除信道下 QLDPC 码的设计问题，并给出了突发删除信道下 QLDPC 码的两条设计准则。

根据 2011 年 Marinoni A 等人提出的 QLDPC 码的停止集概念^[10]，针对 BEC 信道停止集的描述如下。

定义 2 由 d 个多元符号构成变量节点的一个子集 S ，如果校验矩阵 H 所对应的每个校验方程均不单独包含子集 S 中的某个节点，则该子集称为停止集，且停止集的大小为 d 。

图 4 是一个大小为 3 的停止集示意，其中 $b_{m,k}$ 为有限域上的非零元素。图中变量节点 V_2, V_7, V_9 构成了停止集 $S = \{V_2, V_7, V_9\}$ 。图 5 为该因子图所对应的校验矩阵，停止集 $S = \{V_2, V_7, V_9\}$ 在该矩阵中由方框标出。停止集 S 参与的校验方程为

$$\begin{cases} C_1: b_{1,2}V_2 + b_{1,3}V_3 + b_{1,4}V_4 + b_{1,8}V_8 + b_{1,9}V_9 = 0 \\ C_4: b_{4,5}V_5 + b_{4,6}V_6 + b_{4,7}V_7 + b_{4,9}V_9 = 0 \\ C_5: b_{5,2}V_2 + b_{5,7}V_7 + b_{5,8}V_8 + b_{5,9}V_9 + b_{5,10}V_{10} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

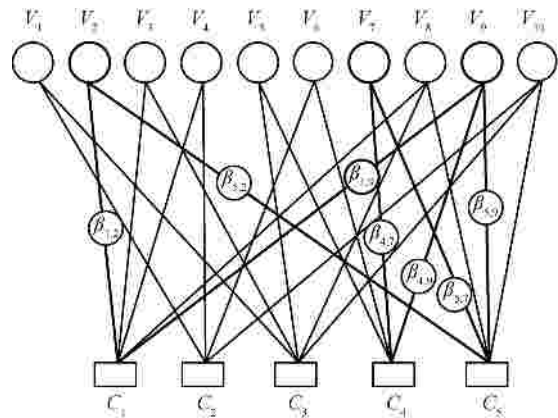


图 4 停止集示意

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_9	V_{10}
C_1	0	$\beta_{1,2}$	$\beta_{1,3}$	$\beta_{1,4}$	0	0	0	$\beta_{1,8}$	$\beta_{1,9}$	0
C_2	$\beta_{2,1}$	0	0	$\beta_{2,4}$	0	$\beta_{2,5}$	0	0	0	$\beta_{2,10}$
C_3	$\beta_{3,1}$	0	$\beta_{3,3}$	0	$\beta_{3,5}$	0	0	$\beta_{3,8}$	0	$\beta_{3,10}$
C_4	0	0	0	0	$\beta_{4,5}$	$\beta_{4,6}$	$\beta_{4,7}$	0	$\beta_{4,9}$	0
C_5	0	$\beta_{5,2}$	0	0	0	0	$\beta_{5,7}$	$\beta_{5,8}$	$\beta_{5,9}$	$\beta_{5,10}$

图 5 停止集 S 对应的校验矩阵

若停止集 S 中所有元素 $\{V_2, V_7, V_9\}$ 均在信道中被删除，则对于校验方程 C_1, C_4, C_5 ，独立的方程数

少于未知数的个数。这种情况下，变量节点 $\{V_2, V_7, V_9\}$ 无法由校验方程 C_1, C_4, C_5 恢复。因此，在 BEC 信道下，若 QLDPC 码中的一个停止集的变量节点全部被删除，则该停止集中各变量节点无法由译码算法恢复。基于此，突发删除信道下 QLDPC 码的设计准则如下：

- 1) 码的因子图中应尽可能地避免小的停止集；
- 2) 对于很难避免的停止集 S ，应尽可能令 S 中各变量节点分散开，以降低 S 中所有变量节点同时被删除的概率。

4.2 S-eQIRA 码设计

本节着重设计具有优良抗突发错误能力的 QLDPC 环码。

由 QLDPC 环码的定义可知，其校验矩阵 H 所有列的列重均为 2，这样其因子图中所有变量节点的度均为 2。由停止集的定义易得，QLDPC 环码的因子图中每个长度为 l 的环均构成了一个大小为 $\frac{l}{2}$ 的停止集。这样，对于 QLDPC 环码，4.1 节中设计准则 1) 可以简化为尽可能地增大因子图的围长，即最小环长。

由于停止集的搜索本身是一个非常复杂的问题，因此满足设计准则 2) 较为困难。本节则考虑了一种简单易行的次优方案，即采用较大的循环移位矩阵(CPM)构造具有准循环结构的 QLDPC 环码。根据 CPM 的定义可知，单个 CPM 所对应的变量节点不会构成单独的环，即一个停止集中所有变量节点不会处于同一个 CPM 所对应的变量节点集中。因此，通过增加码的校验矩阵中 CPM 的大小 s 可有效地降低停止集中所有变量节点同时被删除的概率。

初步的仿真结果表明，校验矩阵中重量为 1 的列对码的抗突发删除错误能力有较为明显的影响。基于以上讨论，将 S-QIRA 码扩展为校验矩阵 H 具有 QC 结构的 S-eQIRA 码，以提高码的抗突发错误能力。与 S-QIRA 码的编码器类似，S-eQIRA 码的编码器主要包括 6 部分：分组编码器、分组符号交织器、分组 $GF(q)$ 加权器、分组合并器、分组累加器和复用器，具体编码流程参考文献[8]。

一个 (N, K) S-eQIRA 码的校验矩阵 H 同样是由系统部分 H_u 和校验部分 H_p 组成，不同于 S-QIRA 码，S-eQIRA 码 H 中校验部分为

$$H_p = \begin{bmatrix} I_s & \mathbf{0}_s & L & L & g_{m-1} P_s^{s-1} \\ g_0 I_s & I_s & \mathbf{0}_s & L & \mathbf{0}_s \\ \mathbf{0}_s & g_1 I_s & O & O & M \\ M & M & O & I_s & \mathbf{0}_s \\ \mathbf{0}_s & \mathbf{0}_s & L & g_{m-2} I_s & I_s \end{bmatrix}_{M \times M}$$

其中， $g_i \in GF(q) \setminus \{0\}$ ，可见该 H_p 最后一列的列重不为 1。为了保证 H_p 满秩，各 $GF(q)$ 非零元素须满足： $\prod_{i=0}^{m-1} g_i \neq 1$ ，其中， $m = M/s$ ，而 1 为 $GF(q)$ 上的单位元。

由以上 H 的结构可见，S-eQIRA 码可采用 Richardson 和 Urbanke^[10] 的编码思想利用 H 进行分块编码。若 H 中所有列的列重均为 2，则 S-eQIRA 码成为了一类 QLDPC 环码。这样，为了提高 S-eQIRA 码的抗突发错误能力，应在增大其因子图围长的同时尽可能地增大 H 中 CPM 的大小 s 。

4.3 S-eQIRA 码的优化

S-eQIRA 码校验矩阵 H 的优化方法与 S-QIRA 相同，主要包括 3 个方面：列重分布的优化、校验矩阵结构的优化、有限域非零元素的选择。由于本文主要的贡献是利用构造 S-eQIRA 码的方法构造一种突发错误信道下的高性能码子，因此这里针对 S-eQIRA 码的优化问题不在赘述，具体可参考前期研究成果^[8]。

5 数值结果

为了检验 S-eQIRA 码的抗突发错误能力，本节构造了 2 个 $GF(64)$ 上码率为 1/2、码长为 168 符号 (1 008 bit) 的 S-eQIRA 码。这 2 个 S-eQIRA 码校验矩阵 H 中 CPM 的大小分别为 $s=28$ 和 $s=7$ ，将其分别称为 S-eQIRA-I 和 S-eQIRA-II。二者的校验矩阵 H 的列重均为 2，故它们均为 QLDPC 环码，且其对应因子图的围长均为 12。其中，S-eQIRA-I 的校验矩阵为

$$H = \begin{bmatrix} a^{20} I_{28} & \mathbf{0}_{28} & a^{21} I_{28} & I_{28} & \mathbf{0}_{28} & a^{28} P_{28}^{27} \\ a^{38} P_{28}^{16} & a^{41} P_{28}^{21} & \mathbf{0}_{28} & a^1 I_{28} & I_{28} & \mathbf{0}_{28} \\ \mathbf{0}_{28} & a^{10} I_{28} & a^{58} P_{28}^6 & \mathbf{0}_{28} & a^9 I_{28} & I_{28} \end{bmatrix}_{84 \times 168}$$

S-QIRA-OpI 的校验矩阵如式 (5) 所示。

图 6 为 SBE 信道下 S-eQIRA-I、S-eQIRA-II 和 S-QIRA-OpI 的 BER/BLER 性能随突发删除错误长

度 t 变化的曲线示意。由图 6 可见, S-eQIRA-I 可完全纠正长度 $t = 427$ bit 的突发删除错误, S-eQIRA-II 可完全纠正长度 $t = 335$ bit 的突发删除错误。可见, 当因子图的围长相等时, S-eQIRA 码的抗突发删除错误能力随着校验矩阵 H 中 CPM 的增大而增强。同时, S-eQIRA-I 和 S-eQIRA-II 在 SBE 信道下纠正突发删除错误性能均优于 S-QIRA-OpI, 因此可见校验矩阵 H 中重量为 1 的列对码的抗突发删除错误能力有较明显的影响。

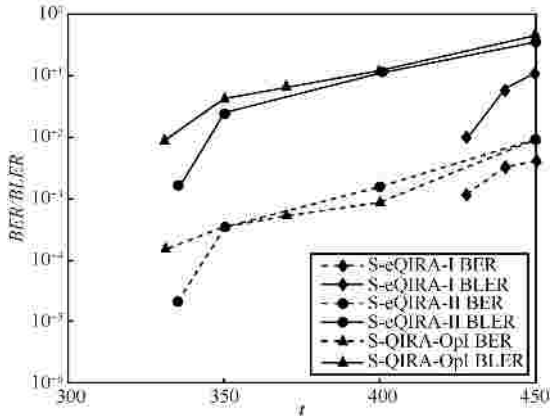


图 6 SBE 信道下 S-eQIRA-I、S-eQIRA-II 和 S-QIRA-OpI 的 BER/BLER 性能随突发删除错误长度 t 变化示意

图 7 为 S-eQIRA-I、S-eQIRA-II 和 S-QIRA-OpI 在 BF-AWGN 信道下的 BER/BLER 性能比较图, 其中, 调制方式为 BPSK, 突发衰落的长度固定为 $t=200$ bit。由图 7 可见, S-eQIRA-I 的 BER 性能在 $BER=2 \times 10^{-6}$ 优于 S-QIRA-OpI 约 0.4 dB, 其 BLER 性能在 $BLER=1 \times 10^{-4}$ 优于 S-QIRA-OpI 约 0.45 dB。可见, 当校验矩阵 H 中 CPM 的大小相等时, S-eQIRA 码在 BF-AWGN 信道下具有优于 S-QIRA 码的差错控制性能, 而这种性能优势在高信噪比时尤为明显。另外, S-eQIRA-II 的 BER 性能或 BLER 性能均远差于 S-QIRA-OpI, 可见在 SBE 信道下具有性能优势并不能保证在 BF-AWGN 信道下具有同样的性能优势。

图 8 为如上 BF-AWGN 信道下 S-eQIRA 码同 RS 码的 BER/BLER 性能仿真图。该 RS 码的码参数为 (255, 215), 其码率为 $R=0.843$, 等效比特长度为 2 040 bit, 选用的译码算法为 BM (berlekamp-massey) 算法。作者构造了 GF(64) 上码长为 330 符号 (1 980 bit)、码率为 $R=0.8$ 、CPM 大小为 $s=11$ 的 S-eQIRA 码, 简便起见将其称为 S-eQIRA-III。由图 8 可见, S-eQIRA-III 的 BER 性能在 $BER=3 \times 10^{-6}$ 优于 RS(255,

215) 约 6.8 dB, 而其 BLER 性能在 $BLER=2 \times 10^{-4}$ 优于 RS(255, 215) 约 6.7 dB。可见, 在相近的码长和码率下, S-eQIRA 码相比 RS 码在 BF-AWGN 信道下拥有更优的差错控制性能。

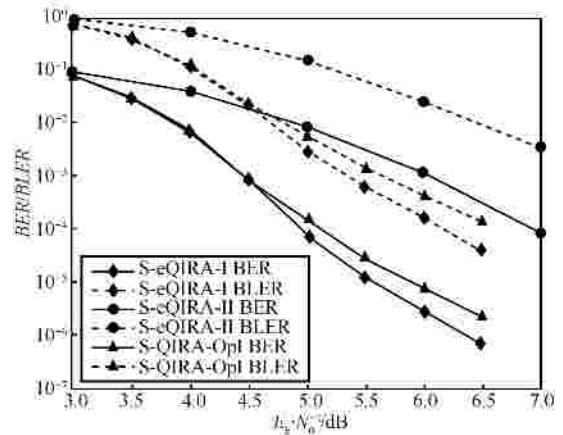


图 7 BF-AWGN 信道下 S-eQIRA-I、S-eQIRA-II 和 S-QIRA-OpI 的 BER/BLER 性能

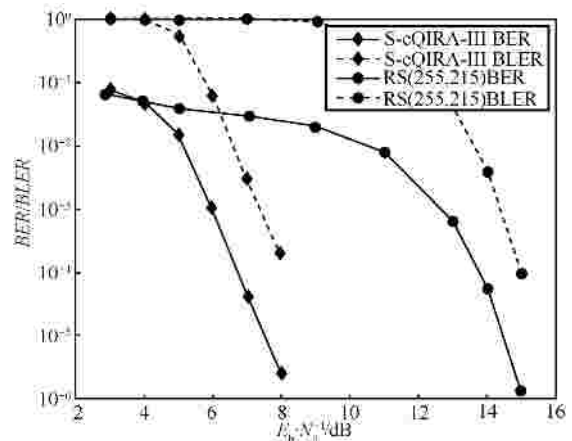


图 8 BF-AWGN 信道下 S-eQIRA-III 和 RS(255,215) 的 BER/BLER 性能

6 结束语

本文首先以 S-QIRA 码为例, 初步研究了 QLDPC 码的抗突发错误能力, 并将其与 BLDPC 码和 Turbo 码分别在经典单突发删除信道和突发衰落 AWGN 信道下进行了对比, 通过仿真结果发现, QLDPC 码更适宜应用于突发信道下的可靠通信中。随后, 系统地研究了突发删除信道下 QLDPC 码的设计问题, 并提出了两条设计准则, 提出了一类在突发信道下性能优异的 S-eQIRA 码。仿真结果表明, 经优化构造的 S-eQIRA 码在 SBE 信道及 BF-AWGN 信道下均具有优异的抗突发错误能力。

参考文献：

- [1] TAI Y Y, ZENG L, LAN L, *et al.* Algebraic constructions of quasi-cyclic LDPC codes-part II: for AWGN and binary random and burst erasure channels[A]. Proceedings of the 16th International Symposium on Applied Algebra, Algebraic Algorithms and Error-Correcting Codes (AAECC)[C]. 2006.265-274.
- [2] PAOLINI E, CHIANI M. Construction of near-optimum burst erasure correcting low-density parity-check codes[J]. IEEE Trans Commun, 2009, 57(5):1320-1328.
- [3] XIE N D, ZHANG T, HARATSCH E F. Improving burst error tolerance of LDPC-centric coding systems in read channel[J]. IEEE Trans Magnetics, 2012, 46(3):933-941.
- [4] CHANG W, CRUZ J R. Performance and decoding complexity of nonbinary LDPC codes for magnetic recording[J]. IEEE Trans Magnetics, 2008, 44(1):211-216.
- [5] SONG S, LIN S, ABDEL-GHAFFAR K, *et al.* Burstdecoding of cyclic codes based on circulant parity-check matrices[J]. IEEE Trans Inform Theory, 2010, 56(3):1038-1047.
- [6] FORNEY G D. Burst-correcting codes for the classic bursty channel[J]. IEEE Trans Commun Technology, 1971, 19(5):772-781.
- [7] TONG S, ZHANG S, BAI B M, *et al.* Fast encodable and decodable irregular repeat accumulate codes from circulant permutation matrices[J]. Electron Lett, 2007, 43(5):48-49.
- [8] 林伟. 多元 LDPC 码:设计、构造与译码[D]. 西安:西安电子科技大学, 2012.
- LIN W. Study on Q-ary LDPC Codes: Design, Construction and Decoding[D]. Xi'an: Xidian University, 2012.
- [9] BRIAN K. Markov chains and some applications to error-correction codes[EB/OL]. http://www.lit.ice.uec.ac.jp/kurkoski/teaching/portfolio/uec_s05/S05-Markov%20ECC.pdf.
- [10] MARINONI A, SAVAZZI P, WESEL R D. On q -ary LDPC code design for a low error floor[A]. Global Telecommunications Conference[C]. 2011.1-6.

作者简介：



张博 (1982-), 男, 陕西西安人, 西安电子科技大学博士生, 主要研究方向为干扰信道容量及传输策略研究。

林伟 (1982-), 男, 陕西白水人, 西安电子科技大学博士生, 主要研究方向为多元 LDPC 设计、构造与译码。

刘春元 (1974-), 男, 陕西宝鸡人, 主要研究方向为军事通信与军队信息化建设。

白宝明 (1966-), 男, 山西大同人, 西安电子科技大学教授、博士生导师, 主要研究方向为信息与编码理论、编码调制技术、无线通信和量子通信等。